



Umrechnung der Feuchtegrößen bei Stickstoff und Druckluft

Dohm Pharmaceutical Engineering

Autor



Dr. Wolf Ziemer

·info@dphe.de

Wassergehalt und relative Feuchte

Das Gesetz von Dalton

Das Gesetz von Dalton bezieht sich auf Gasgemische. Dabei wird vorausgesetzt, dass die einzelnen Gase der Mischung nach dem Idealgasgesetz behandelt werden dürfen. Feuchte Luft bzw. feuchter Stickstoff sind solche typischen Vertreter solcher Idealgasgemische. Sie setzen sich zusammen aus reiner trockener Luft bzw. reinem trockenem Stickstoff und Wasserdampf, der als gasförmiger Aggregatzustand des Wassers ebenfalls nach dem Idealgasgesetz agiert. Nach Dalton füllt jedes einzelne Gas der Gasmischung das gesamte zur Verfügung stehende Volumen V aus und übt dabei einen sog. Partialdruck aus. Die Summe der Partialdrücke ergibt den Gesamtdruck p , der mit einem Manometer an einer kleinen Bohrung in der Gefäßwand gemessen werden kann:

$$p = p_l + p_d \quad (1)$$

wobei p_l = Partialdruck der Luft und p_d = Partialdruck des Wasserdampfes ist.

Der Wassergehalt

Der Wassergehalt x wird wie folgt definiert:

$$x = \frac{m_d}{m_l} \quad (2)$$

mit m_d = Masse des Dampfes und m_l = Masse der trockene Luft. Der Wassergehalt als Konzentrationsgröße bezieht sich auf die Masse der reinen trockenen Luft, sehr ähnlich wie bei der Definition der Molalität. Man wendet nun das Idealgasgesetz auf beide Komponenten an:

$$p_d V = m_d R_d T \quad (3)$$

$$p_l V = m_l R_l T \quad (4)$$

mit den speziellen Gaskonstanten für den Dampf, R_d , bzw. für die Luft R_l . Aus diesen beiden Gleichungen erhält man

$$m_d = \frac{p_d V}{R_d T} \quad (5)$$

$$m_l = \frac{p_l V}{R_l T} \quad (6)$$

Die Gln.(5) und (6) werden in die Definitionsgleichung (2) für den Wassergehalt eingesetzt und wie folgt umgeformt:

$$x = \left(\frac{R_l}{R_d} \right) \frac{p_d}{p - p_d} \quad (7)$$

Die relative Feuchte

An dieser Stelle wird die relative Feuchte φ eingeführt und wie folgt definiert:

$$\varphi = \frac{p_d}{p_{ds}(T)} \quad (8)$$

Die relative Feuchte ist eine Verhältniszahl, wobei der Partialdampfdruck p_d auf den Sättigungsdampfdruck $p_{ds}(T)$ bezogen wird. Der Dampfdruck im Sättigungszustand p_{ds} ist nur von der Temperatur T abhängig. Die Gl.(8) wird in die Gl.(7) eingesetzt:

$$x = \left(\frac{R_l}{R_d} \right) \frac{\varphi p_{ds}(T)}{p - \varphi p_{ds}(T)} \quad (9)$$

Die speziellen Gaskonstanten werden wie folgt bestimmt:

$$R_d = R_0 / M_d \quad (10)$$

wobei $R_0 = 8,314472 \text{ J}/(\text{mol K})$, die molare Gaskonstante nach der letztgültigen Fassung von Codata-98 und $M_d = 18,015257 \text{ g/mol}$, die Molmasse des reinen Wassers. Damit erhält man

$$R_d = \frac{8,314472}{18,015257 \cdot 10^{-3}}$$

Sättigungsdampfdruck

$$= 461,524 \text{ J/(kg K)} \quad (11)$$

Für die reine trockene atmosphärische Luft ist $M_l = 28,963 \text{ g/mol}$ und damit

$$R_l = \frac{8,314472}{28,963 \cdot 10^{-3}} = 287,072 \text{ J/(kg K)} \quad (12)$$

Das Verhältnis der speziellen Gaskonstanten verhält sich reziprok dem Verhältnis der Molmassen und ist

$$\frac{R_l}{R_d} = \frac{M_l}{M_d} \cong 0,6220 \quad (13)$$

Im Sättigungszustand ist $\varphi = 1$ und die Sättigungstemperatur erreicht den Taupunkt: $T = T_\tau$. Über den Taupunkt hinaus wird überschüssiger Wasserdampf z.B. in Form von Tröpfchen kondensieren. Dieser Taupunkt kann z.B. mit sog. Taupunktspiegeln gemessen werden. Der Wassergehalt im Sättigungszustand, x_s , beträgt dann

$$x_s = \left(\frac{R_l}{R_d} \right) \frac{p_{ds}(T_\tau)}{p - p_{ds}(T_\tau)} \quad (14)$$

In der Thermodynamik wird üblicherweise der Wassergehalt benutzt. Darauf basiert auch das sog. Mollier-Diagramm der feuchten Luft, auch als h - x -Diagramm bekannt.

Sättigungsdampfdruck

Der Sättigungsdampfdruck $p_{ds}(T)$ wird definiert als der Druck des reinen Dampfes, der ohne jegliche Fremdgasbeimischung im Gleichgewicht mit der ebenen Oberfläche seiner eigenen, reinen Flüssigkeit bzw. Eises steht. Der so definierte Sättigungsdampfdruck des reinen Wassers, auch Sattedampfdruck oder nur Dampfdruck genannt, hängt allein von der Temperatur ab.

Die Dampfdruckkurve des Wassers, die sog. p - T -Kurve, ist in den vergangenen 150 Jahren dem

wachsenden Erkenntnisstand entsprechend immer wieder neu formuliert worden. Als Referenzgleichung gilt heute die Formulierung aus dem Jahre 1997 der *International Association for the Properties of Water and Steam*, kurz IAPWS¹ genannt. Diese Gleichung kann zwar ohne große Schwierigkeiten z.B. in Excel programmiert werden, soll aber aus Gründen einer erforderlichen längeren Erläuterung hier nicht dargestellt werden. Stattdessen soll die einfache Magnus-Gleichung aus der DIN 50 010-2 benutzt werden, die zwar den hohen Anforderungen der IAPWS nicht entspricht, aber hinreichend genaue Werte liefert und auch von der ISO 8573-3 zitiert bzw. benutzt wird.

Die Magnus-Gleichung ist eine einfach aufgebaute Dampfdruckgleichung, die sich dadurch auszeichnet, dass sie explizit nach der Temperatur umgestellt werden kann: die sog. Umkehrgleichung. Die Magnus-Gleichung lautet wie folgt:

$$p_{ds}(t) = C_1 \exp \left[\frac{C_2 t_s}{C_3 + t_s} \right] \quad (15)$$

und die entsprechende Umkehrgleichung

$$t_s = \frac{C_3 \ln \left(\frac{p_{ds}}{C_1} \right)}{C_2 - \ln \left(\frac{p_{ds}}{C_1} \right)} \quad (16)$$

Die Konstanten sind in der folgenden Tabelle erläutert.

Tabelle 1 Konstanten der Magnus-Gleichung

	t_s	C_1	C_2	C_3
	°C	Pa	—	°C
über Eis	-50,9 bis 0,0	610,714	22,44294	272,440
über Wasser	0,0 bis 100	610,780	17,08085	234,175

Massenkonzentration

Volumenkonzentration

In der Ph. Eur. 4 wird der Grenzwert des Wasserdampfgehaltes als Volumenkonzentration C_V angegeben. Die Volumenkonzentration, auch Volumenanteil oder Raumanteil genannt, für den Wasserdampf wird wie folgt definiert:

$$C_{v,d} = \frac{V_d}{V} \quad (17)$$

Der Volumenanteil ist also eine dimensionslose Größe, die das Partialvolumen V_d des Wasserdampfes ins Verhältnis zum Gesamtvolumen V setzt. Üblicherweise gibt man den Volumenanteil in Prozent (%) oder Promille ($^0/_{00}$) an. Bei sehr kleinen Werten benutzt man

- parts per million
= ppm_v = 1/1.000.000 = 10⁻⁶
- parts per billion
= ppb_v = 1/1.000.000.000 = 10⁻⁹

Der Volumenanteil bei Druckgasfeuchte muss für die Messung in eine einfachere Form überführt werden. Dazu dient abermals das Daltonsche Gesetz:

$$p_d V = p V_d \quad (18)$$

Daraus erhält man in einfacher Weise die folgende Gleichung:

$$C_{v,d} = \frac{V_d}{V} = \frac{p_d}{p} = \frac{\varphi p_{ds}(T)}{p} \quad (19)$$

Die Druckgasfeuchte wird immer auf den Taupunkt bezogen und damit erhält man:

$$p_{ds}(T_\tau) = p C_{v,d} \quad (20)$$

Aus der Umkehrgleichung der Dampfdruckformel erhält man den Drucktaupunkt:

$$T_\tau = f(p_{ds}) = f(p C_{v,d}) \quad (21)$$

Massenkonzentration

Die Massenkonzentration oder auch der Massenanteil $C_{m,d}$ wird wie folgt definiert:

$$C_{m,d} = \frac{m_d}{V} \quad (22)$$

Der Massenanteil ist eine dimensionsbehaftete Größe in kg/m³, auch g/m³, mg/m³ bzw. µg/m³. Die Masse des Dampfes m_d wird ins Verhältnis gesetzt zum Gesamtvolumen V des feuchten Druckgases. Zur Umrechnung können der Partialdampfdruck oder der Volumenanteil dienen.

Bezogen auf den Partialdampfdruck

Die Umrechnung erfolgt mit Hilfe des Dalton'schen Gesetzes in der Form der Gl.(3):

$$p_d V = m_d R_d T \quad (23)$$

Daraus folgt

$$C_{m,d} = \frac{m_d}{V} = \frac{p_d}{R_d T} = \frac{\varphi p_{ds}(T)}{R_d T} = \frac{p_{ds}(T_\tau)}{R_d T_\tau} \quad (24)$$

Die Berechnung des Massenanteiles erfolgt über den Drucktaupunkt bzw. den damit errechneten Partialdampfdruck.

Bezogen auf Druck und Volumenanteil

Die Umrechnung erfolgt auch hier mit Hilfe des Dalton'schen Gesetzes in der folgenden Form:

$$p V_d = m_d R_d T \quad (25)$$

Daraus erhält man zunächst

Beispielrechnung

$$m_d = \frac{pV_d}{R_d T} \quad (26)$$

und eingesetzt in Gl.(22) erhält man damit

$$C_{m,d} = \frac{m_d}{V} = \left(\frac{V_d}{V}\right) \frac{p}{R_d T} = C_{v,d} \frac{p}{R_d T} \quad (27)$$

Beispielrechnung

Zur Erläuterung der beschriebenen Umrechnungsgleichungen soll ein Beispiel vollständig durchgearbeitet werden. Gemäß Ph. Eur. 4 (Aer medicalis, pp. 591- 594) wird der Grenzwert für die Feuchte in der pharmazeutischen Druckluft bzw. auch im Stickstoff wie folgt angegeben:

$$C_{V,d} \leq 67 \text{ ppm}_v \quad (28)$$

Leider hat die Ph. Eur. 4 nicht gesagt bei welchem Druck dieser Wert nachzuweisen ist. Es wird deshalb ein Druck von 1 atm = 101325 Pa angenommen.

Diese Festlegung erscheint auch plausibel, da nach 2.1.6, pp. 19 der Ph. Eur. 4 der Nachweis mit Hilfe von *Water Vapour Detector Tubes* durchgeführt werden soll und dieser Nachweis üblicherweise bei atmosphärischen Druckbedingungen geschieht, siehe auch Fig.(2.1.6-1) der Ph. Eur. 4. Die Temperatur wird mit $t = 20^\circ\text{C}$ oder $T = 293,15 \text{ K}$ angenommen.

Umrechnung von Volumenanteil in Massenanteil

Bei einem Druck von $p = 101\,325 \text{ Pa}$ erhält man gemäß Gl.(27)

$$C_{m,d} = 67 \times 10^{-6} * \frac{101325}{461,524 * 293,15} \approx 50,2 \times 10^{-6} \text{ kg/m}^3 \quad (29)$$

Der Massenanteil beträgt also $C_{m,d} = 50,2 \text{ mg/m}^3$. Diese Umrechnung ist deshalb erforderlich, um

das Prüfröhrchen entsprechend seinem Messbereich im mg/m^3 auszuwählen.

Umrechnung auf den Drucktaupunkt

Der angegebene Volumenanteil der Feuchte von 67 ppm_v wird umgerechnet in den Drucktaupunkt. Zunächst muss gemäß der Gl.(20) der Partialdampfdruck beim Drucktaupunkt berechnet werden. Dann kann gemäß der Umkehrgleichung (16) der Magnus-Gleichung die Sättigungstemperatur berechnet werden, die gleichbedeutend mit der Drucktaupunkttemperatur ist. Dieses Verfahren hängt natürlich vom Referenzdruck ab.

Referenzdruck $p = 1 \text{ atm}$

Gemäß der Gl.(20) ist

$$p_{ds} = 101\,325 * (67 \times 10^{-6}) \cong 6,7888 \text{ Pa} \quad (30)$$

Damit geht man in die Gl.(16), wobei die Magnus-Konstanten für den Fall *über Eis* gewählt werden und folgendes Zwischenergebnis benutzt wird:

$$\ln\left(\frac{6,7888}{610,714}\right) \cong -4,4994 \quad (31)$$

und erhält damit

$$t_s = \frac{272,440 * (-4,4994)}{22,44294 - (-4,4994)} = \frac{-1225,8052}{26,9423}$$

$$\cong -45,5^\circ\text{C} \quad (32)$$

Referenzdruck $p = 8 \text{ bar}$

Die gleiche Berechnung für 8 bar ergibt folgende Werte:

$$p_{ds} = 800\,000 * (67 \times 10^{-6}) \cong 53,6 \text{ Pa} \quad (33)$$

mit dem Zwischenergebnis

$$\ln\left(\frac{53,6}{610,714}\right) \cong -2,4331 \quad (34)$$

Unsicherheit der Messung mit Drägerröhrchen

und damit

$$t_s = \frac{272,440 * (-2,4331)}{22,44294 - (-2,4331)} = \frac{-662,8682}{24,8760}$$

$$\cong -26,6^\circ\text{C} \quad (35)$$

Diesen Drucktaupunkt würde man mit einem entsprechenden Messgerät in der Druckluftleitung bei einem Druck von 8 bar (absolut) messen.

Umrechnung auf Sättigungswassergehalt

Referenzdruck $p = 1 \text{ atm}$

Der Sättigungswassergehalt wird gemäß Gl.(14) berechnet:

$$x_s = 0,6220 * 6,7888 / (101\,325 - 6,7888)$$

$$\cong 41,677 \times 10^{-6} \text{ kg}_d/\text{kg}_{\text{trL}} \quad (36)$$

Referenzdruck $p = 8 \text{ bar}$

Die gleiche Berechnung für 8 bar ergibt den folgenden Wert:

$$x_s = 0,6220 * 53,6 / (800\,000 - 53,6)$$

$$\cong 41,677 \times 10^{-6} \text{ kg}_d/\text{kg}_{\text{trL}} \quad (37)$$

In beiden Fällen bleibt der Wassergehalt bei Druckänderungen konstant und beträgt

$$x_s \cong 41,7 \text{ mg}_d/\text{kg}_{\text{trL}} \quad (38)$$

Unsicherheit der Messung mit Drägerröhrchen

In der Ph. Eur. 4 wird die Messung der Druckgasfeuchte von 67 ppm_v mit Hilfe von Drägerröhrchen empfohlen. Das entsprechende Dräger Prüfröhrchen weist die folgenden Merkmale auf:

- Prüfröhrchen-Kennzeichen: Wasserdampf 5/a-P
- Standardmessbereich: 5 bis 200 mg/m³
- Prüfvolumen: 50 L
- Probenahmestrom: 2 L/min
- Dauer der Messung: 25 min
- Standardabweichung: ± 15...20 %
- Farbumschlag: gelb → rotbraun

Im unteren Messbereich (67 ppm_v = 50,2 mg/m³) sollte man eher mit einer Messunsicherheit von ± 20 % rechnen. Die gesamte Unsicherheit muss auch die Messunsicherheit der Volumenstrommessung in das Budget einbeziehen: geschätzt ± 20 %, wobei die Unsicherheit der Zeitmessung vernachlässigt wurde.

Die geschätzte Gesamtunsicherheit beträgt somit:

$$U = \sqrt{0,2^2 + 0,2^2}$$

$$= 0,283 \text{ oder}$$

$$\text{ca. } 28\% \quad (39)$$

Die gesamte Unsicherheit in der Einheit ppm_v beträgt dann

$$C_{V,d} = 67 \pm 18,76 \text{ ppm}_v$$

$$= 48,24 \dots 85,76 \text{ ppm}_v \quad (40)$$

Die gesamte Unsicherheit in der Einheit mg/m³ bei atmosphärischem Druck beträgt entsprechend

Drucktaupunkt-Messgerät Testo®

$$C_{m,d} = 50,2 \pm 14,06 \text{ mg/m}^3$$

$$= 36,14 \cdot \cdot \cdot 64,26 \text{ mg/m}^3 \quad (41)$$

Der untere und obere Wert des Feuchtegehaltes wird nun in Drucktaupunkt beim Druck von 1 atm umgerechnet nach dem oben gezeigten Rechenweg:

$$C_{V,d} = 48,24 \text{ ppm}_v$$

$$\Rightarrow t_\tau = -48,2^\circ \text{C} \quad (42)$$

und

$$C_{V,d} = 88,76 \text{ ppm}_v$$

$$\Rightarrow t_\tau = -43,4^\circ \text{C} \quad (43)$$

Die beiden Drucktaupunkte weichen um ein $\Delta t = 4,8 \text{ K}$ voneinander ab.

Drucktaupunkt-Messgerät Testo®

Ausgehend von einem Drucktaupunkt-Messgerät der Fa. Testo würde man bei einem Feuchtegrenzwert von 67 ppm_v den folgenden Drucktaupunkt bei 8 bar messen:

$$t_\tau = -26,6 \pm 1,8^\circ \text{C} \quad (44)$$

Bei dem unteren und oberen Drucktaupunkt wird bezogen auf $p = 8 \text{ bar}$ der Sättigungsdampfdruck nach der Magnus-Gleichung berechnet

$$p_{ds}(t_\tau = -28,4^\circ \text{C})_{8 \text{ bar}}$$

$$= 44,83 \text{ Pa} \quad (45)$$

und

$$p_{ds}(t_\tau = -24,8^\circ \text{C})_{8 \text{ bar}}$$

$$= 64,53 \text{ Pa} \quad (46)$$

Diese Werte werden auf den Druck $p = 101325 \text{ Pa}$ umgerechnet mit den folgenden Ergebnissen:

$$p_{ds}(t_\tau = -28,4^\circ \text{C})_{1 \text{ atm}}$$

$$= 5,68 \text{ Pa} \quad (47)$$

und

$$p_{ds}(t_\tau = -24,8^\circ \text{C})_{8 \text{ atm}}$$

$$= 8,17 \text{ Pa} \quad (48)$$

Die Sättigungswerte bei atmosphärischem Druck werden dann umgerechnet in Volumenanteile:

$$C_{V,d} = 56,04 \cdot \cdot \cdot 80,66 \text{ ppm}_v$$

$$= 67 \text{ ppm}_v \pm 18,4\% \quad (49)$$

Man kann erkennen, dass die Volumenanteile mit der Methode *Drucktaupunktbestimmung* genauer gemessen werden können als mit der Methode *Prüfröhrchen*.

Trotzdem besitzt die erste Methode eine immer noch erhebliche Messunsicherheit, die bei der Messung der sehr geringen relativen Feuchte von ca. 2% hervorgerufen wird. Der große Vorteil der Drucktaupunktbestimmung liegt darin, dass der gesamte Messbereich von -55°C bis $+20^\circ \text{C}$ kontinuierlich durch gemessen werden kann. Bei der Prüfröhrchen-Methode müssen unter Umständen 4 verschiedene Prüfröhrchen benutzt werden, um diesen Messbereich zu überdecken.

¹Alle IAPWS-Formulierungen über die stofflichen Eigenschaften des Wassers und des Dampfes stehen im Internet frei zur Verfügung unter den so genannten Releases der IAPWS: www.iapws.org

Dohm Pharmaceutical Engineering
Machandelweg 7
14052 Berlin

e-mail: info@dphe.de

Unser Leistungsspektrum



CONSULTING
ENGINEERING

KONZEPTE
BAULEITUNG
ABNAHMEN

QUALIFIZIERUNGEN

ANLAGEN
HVAC
REINSTMEDIEN

AKKREDITIERTER PRÜFDIENST

REINRAUMQUALIFIZIERUNG
SATTDAMPFPRÜFUNGEN NACH DIN 285
DRUCKGASANALYTIK
KALIBRIERUNG

VALIDIERUNGEN

PROZESS
REINIGUNG
OPTIMIERUNG

TROUBLE SHOOTING

RISIKOANALYSEN
STATISTISCHE VERSUCHSPLANUNG
PROZESSANALYSEN

SCHULUNGEN

DOHM Pharmaceutical Engineering

Machandelweg 7
D-14052 Berlin
Germany

Knollstraße 50
D-67061 Ludwigshafen
Germany

Parkstraße 46
D-61476 Kronberg
Germany

Tel.: +49-30-300 964-0
Fax: +49-30-300 964-29
E-Mail: info@dphe.de

+49-621-589 1554
+49-621-566 4263

+49-6173-325 12-61
+49-6173-325 12-41
www.dphe.de